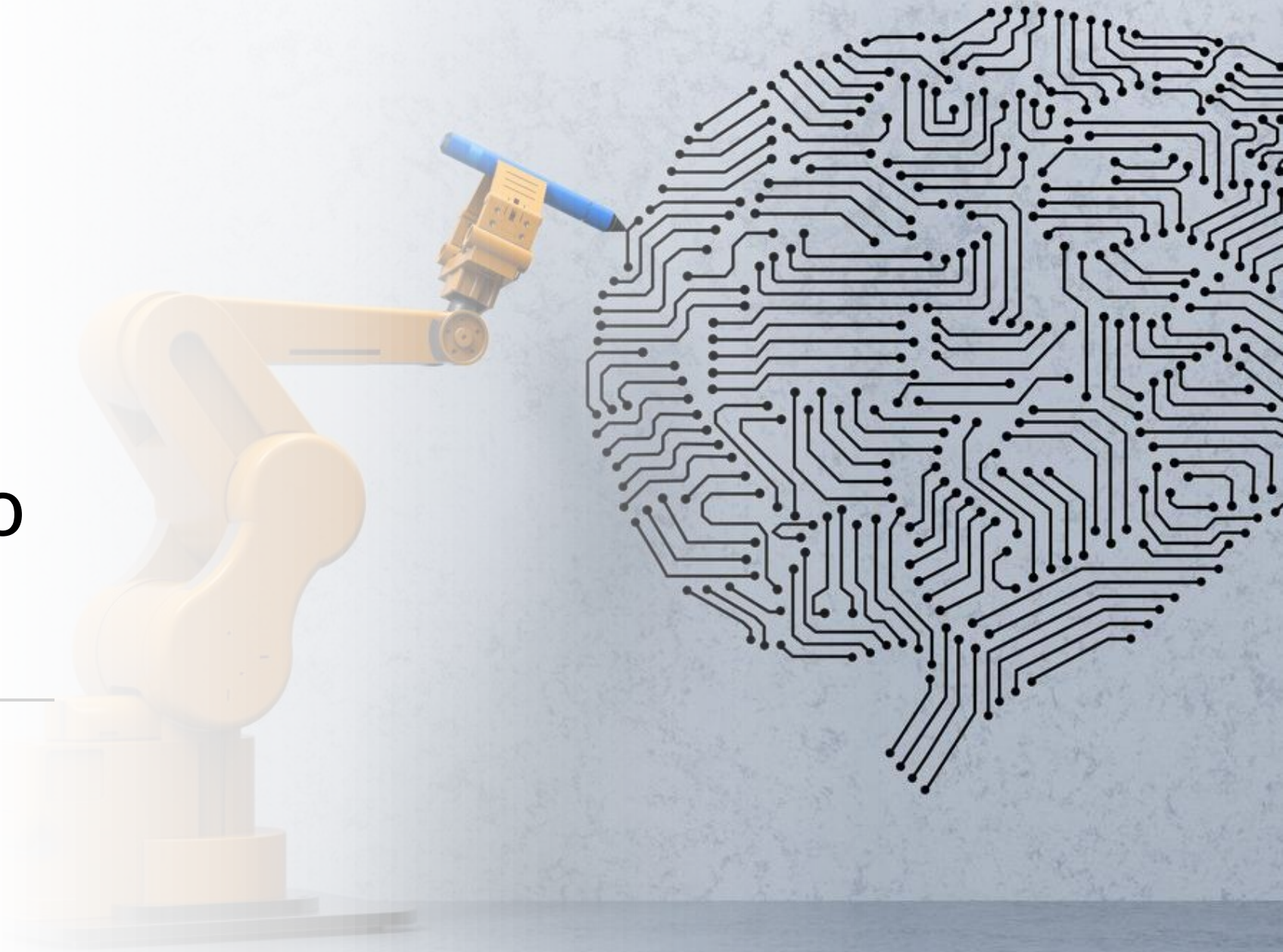




Reconocimiento de Patrones

Clase 3

Extracción de características II



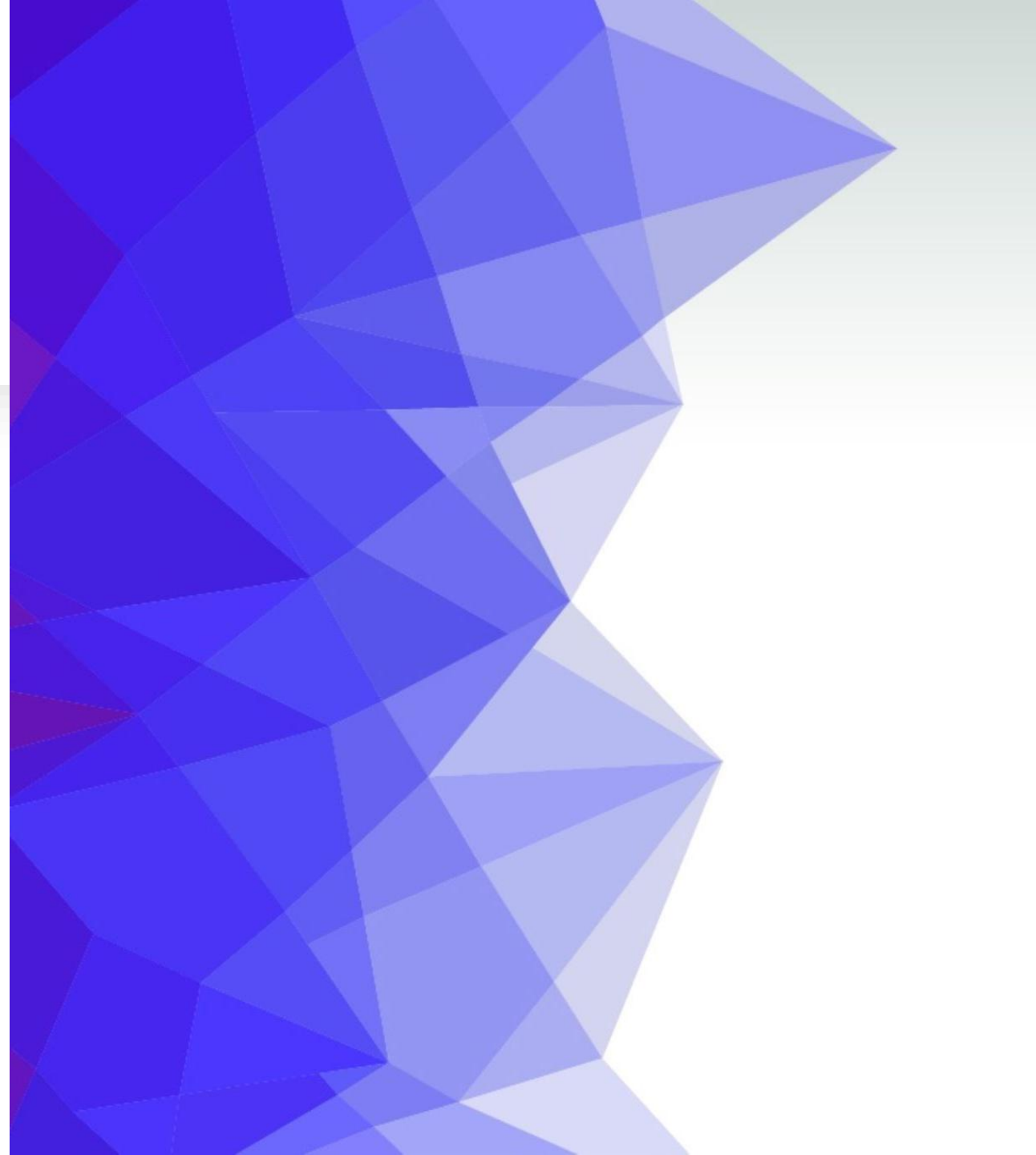
Antes de empezar

- ¿Dudas de la clase anterior?



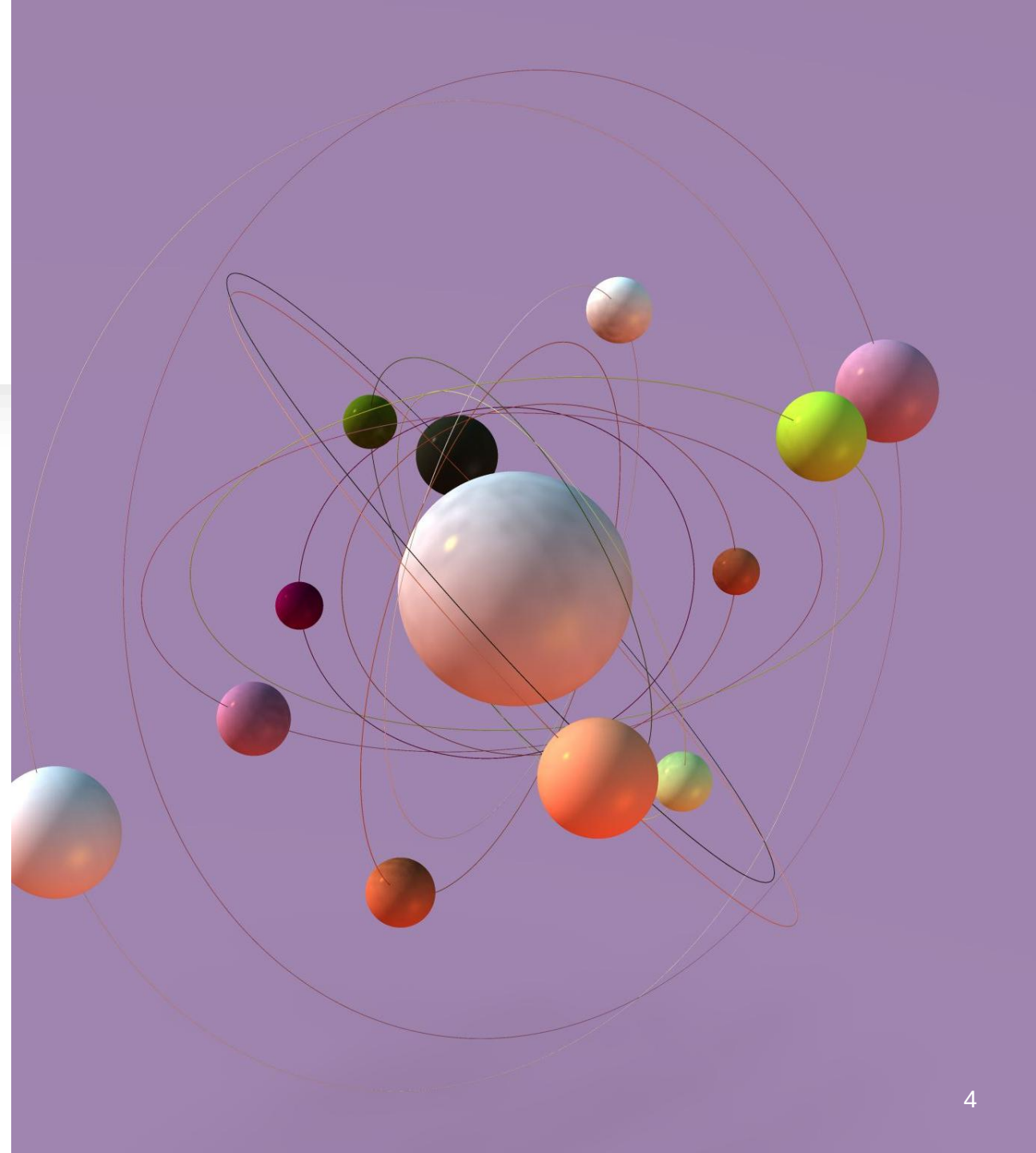
¿Estos descriptores son suficientes?

- Aunque las medidas geométricas simples son útiles, suelen ser insuficientes para describir formas complejas o para garantizar invariancia frente a traslación, escala o rotación.



¿Qué son los momentos geométricos?

- Los momentos geométricos describen cómo están distribuidos espacialmente los píxeles de un objeto.
 - Momentos Espaciales
 - Momentos Centrales
 - Momentos Normalizados
 - Momentos de Hu



Momentos Espaciales

- Para una imagen $f(x, y)$ (binaria o en escala de grises, los momentos se definen como:

$$M_{pq} = \sum_x \sum_y x^p y^q f(x, y)$$

- Donde $p, q \geq 0$ y $f(x, y)$ es la intensidad de la imagen.
- Área de una imagen binaria: M_{00}
- Centroide $\{\bar{x}, \bar{y}\} = \left\{ \frac{M_{10}}{M_{00}}, \frac{M_{01}}{M_{00}} \right\}$



- Ejemplo 1.

0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	0	1	1	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

0,0	0,1	0,2	0,3	0,4
1,0	1,1	1,2	1,3	1,4
2,0	2,1	2,2	2,3	2,4
3,0	3,1	3,2	3,3	3,4
4,0	4,1	4,2	3,4	4,4

$$M_{pq} = \sum_x \sum_y x^p y^q f(x, y)$$

Para p,q = 0,1

$$M_{00} =$$

$$M_{10} =$$

$$M_{01} =$$

$$M_{11} =$$



Momentos Centrales

- Los momentos geométricos dependen de la posición del objeto. Para eliminar la traslación usamos los momentos centrales.

$$\mu_{pq} = \sum_x \sum_y (x - x_c)^p (y - y_c)^q f(x, y)$$

- Son invariantes a **traslación**.
- Describen la forma alrededor de su centro.
- Pero aun siguen dependiendo de la **escala**.

- Ejemplo 2.

0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	0	1	1	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

0,0	0,1	0,2	0,3	0,4
1,0	1,1	1,2	1,3	1,4
2,0	2,1	2,2	2,3	2,4
3,0	3,1	3,2	3,3	3,4
4,0	4,1	4,2	3,4	4,4

$$\mu_{00} = M_{00},$$

$$\mu_{01} = 0,$$

$$\mu_{10} = 0,$$

$$\mu_{11} = M_{11} - \bar{x}M_{01} = M_{11} - \bar{y}M_{10}$$

$$\mu_{pq} = \sum_x \sum_y (x - x_c)^p (y - y_c)^q f(x, y)$$

$$\text{Centroide } \{\bar{x}, \bar{y}\} = \left\{ \frac{M_{10}}{M_{00}}, \frac{M_{01}}{M_{00}} \right\}$$

Para p,q = 0,1

$$\mu_{00} =$$

$$\mu_{10} =$$

$$\mu_{01} =$$

$$\mu_{11} =$$

Momentos Normalizados

- Estos son invariantes a la traslación y a la escala, y se pueden calcular a partir de los momentos centrales al dividirlos por una potencia apropiada del momento de orden cero.

$$\eta_{ij} = \frac{\mu_{ij}}{\mu_{00} \left(1 + \frac{i+j}{2}\right)}$$

Donde $i + j \geq 2$. Pero aun queda un problema restante, es variante a la **rotación**.

Momentos de Hu

Son 7 momentos bien conocidos, invariantes a la rotación, escala y traslación, y se calculan a partir de los momentos normales:

$$I_1 = \eta_{20} + \eta_{02}$$

$$I_2 = (\eta_{20} - \eta_{02})^2 + 4\eta_{11}^2$$

$$I_3 = (\eta_{30} - 3\eta_{12})^2 + (3\eta_{21} - \eta_{03})^2$$

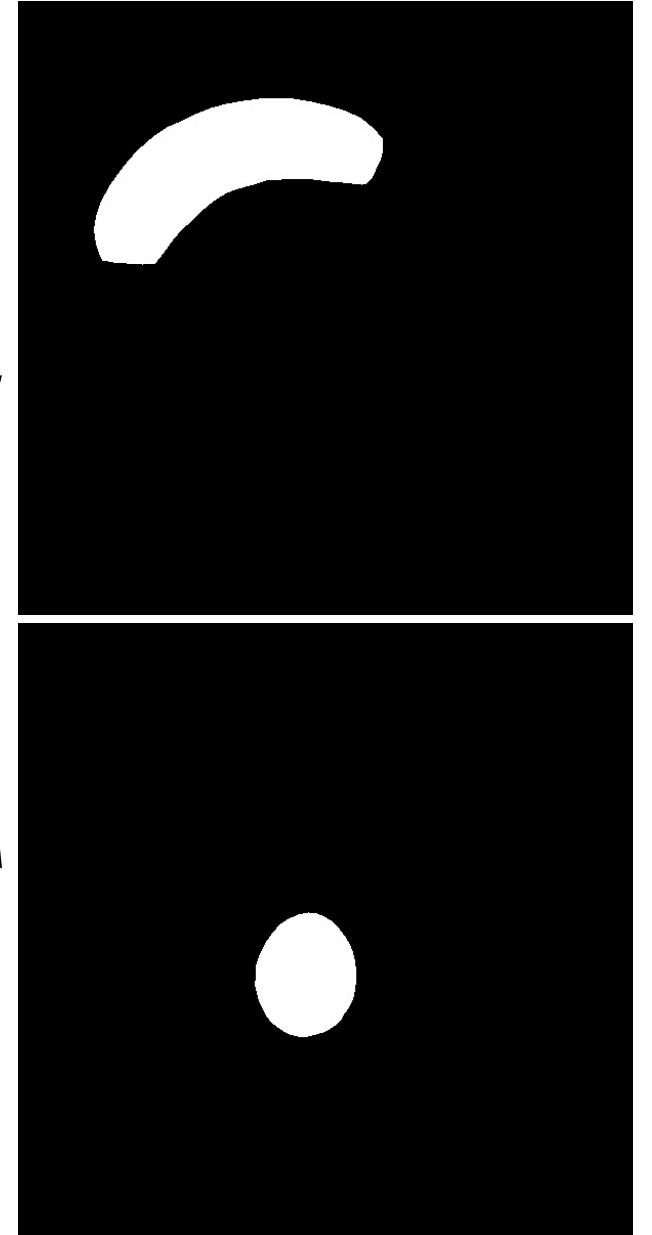
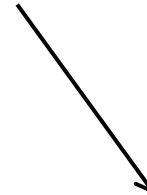
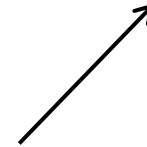
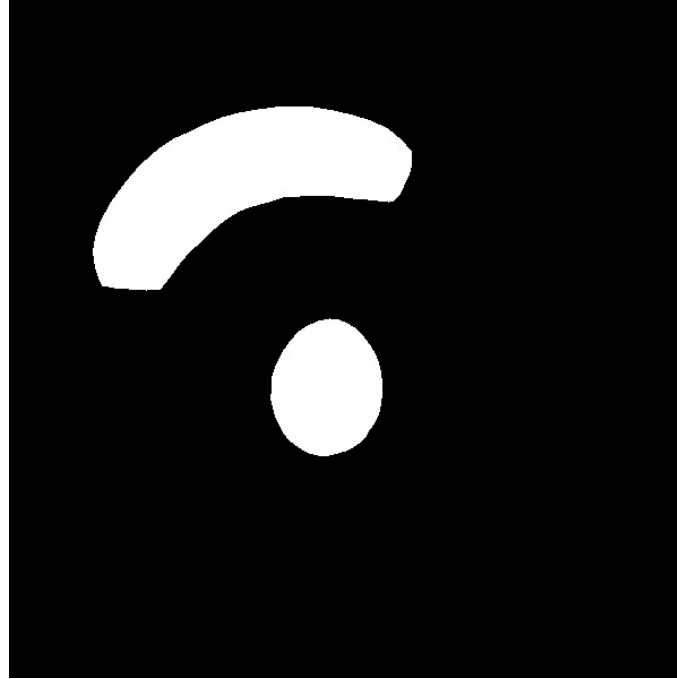
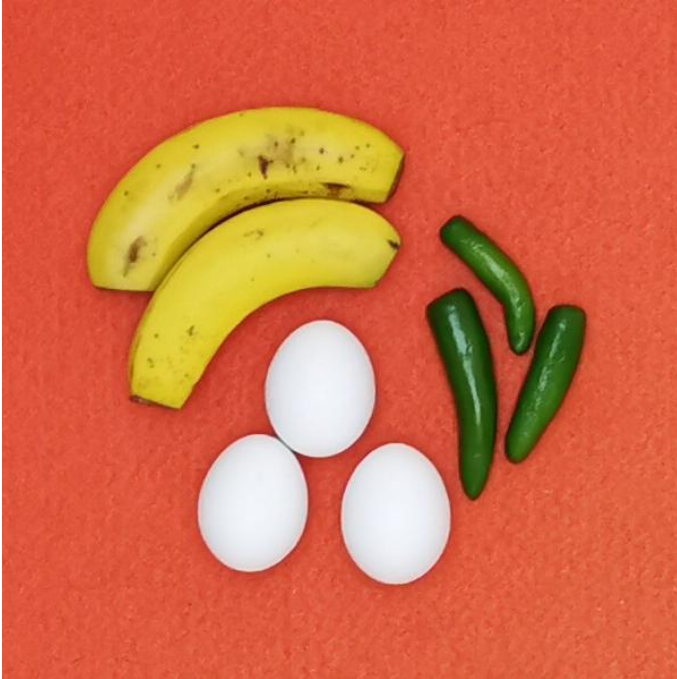
$$I_4 = (\eta_{30} + \eta_{12})^2 + (\eta_{21} + \eta_{03})^2$$

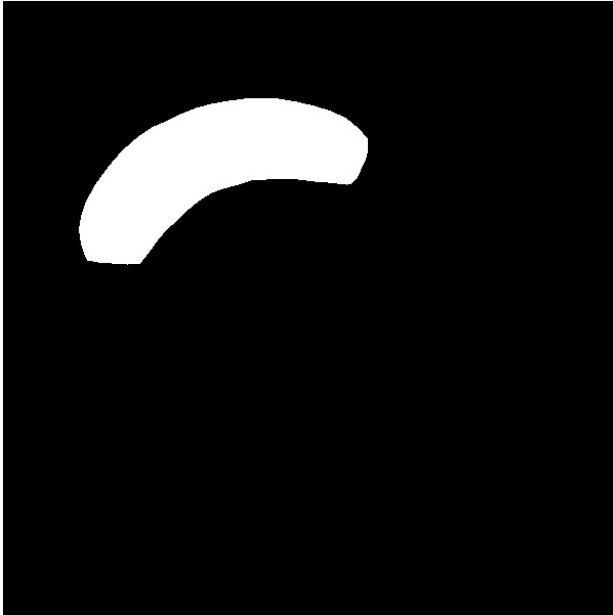
$$I_5 = (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2] + (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{21} + \eta_{03})[3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2]$$

$$I_6 = (\eta_{20} - \eta_{02})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2] + 4\eta_{11}(\eta_{30} + \eta_{12})(\eta_{21} + \eta_{03})$$

$$I_7 = (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2] - (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{21} + \eta_{03})[3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2].$$

- Ejemplo 3.





- Momentos espaciales

```
[[2.3814000e+04 4.8352280e+06 1.1181019e+09 2.8475720e+11]
 [3.8676240e+06 7.4159712e+08 1.6479981e+11 4.1013888e+13]
 [6.6372192e+08 1.1947245e+11 2.5289004e+13 6.1032441e+15]
 [1.2002491e+11 2.0227480e+13 4.0459064e+15 9.3894953e+17]]
```

- Momentos centrales

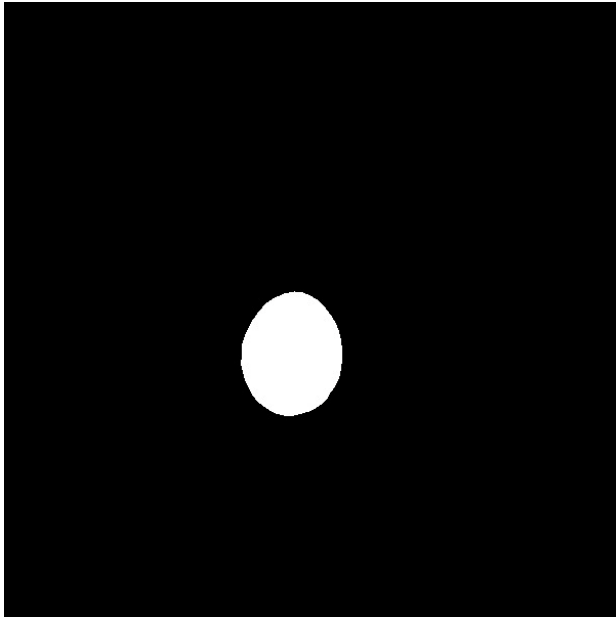
```
[[ 2.3814000e+04  0.0000000e+00  1.3635040e+08  2.3666639e+09]
 [ 0.0000000e+00 -4.3690688e+07  9.5128051e+08  0.0000000e+00]
 [ 3.5582364e+07 -1.0990222e+09  0.0000000e+00  0.0000000e+00]
 [ 6.7220640e+08  0.0000000e+00  0.0000000e+00  0.0000000e+00]]
```

- Momentos normalizados

```
[[      nan      nan  0.2404317  0.02704305]
 [      nan -0.0770414  0.01086995  0.      ]
 [ 0.06274369 -0.01255792  0.      0.      ]
 [ 0.00768107  0.      0.      0.      ]]
```

- Momentos Hu

```
[ 3.0317539e-01  5.5314541e-02  4.8097107e-03  5.5395963e-04
 -6.3918765e-07 -1.0667575e-04  6.3958009e-07]
```



- Momentos espaciales

```
[[9.28600000e+03 2.60563500e+06 7.36752192e+08 2.09881448e+11]
 [3.19051800e+06 8.95000064e+08 2.52997845e+11 7.20551228e+13]
 [1.10461440e+09 3.09780152e+11 8.75444610e+13 2.49263839e+16]
 [3.85296531e+11 1.08024895e+14 3.05194256e+16 8.68715561e+18]]
```

- Momentos centrales

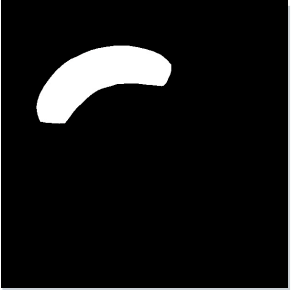
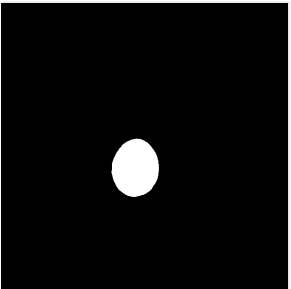
```
[[ 9286.      0.  5615669. -1392907.6 ]
 [      0. -253583.31 4129827.8      0. ]
 [8404502. 1580501.4      0.      0. ]
 [-6242524.      0.      0.      0. ]]
```

- Momentos normalizados

```
[[      nan      nan 0.06512446 -0.00016763]
 [      nan -0.00294079 0.000497      0. ]
 [0.09746633 0.00019021 0.      0. ]
 [-0.00075126 0.      0.      0. ]]
```

- Momentos Hu

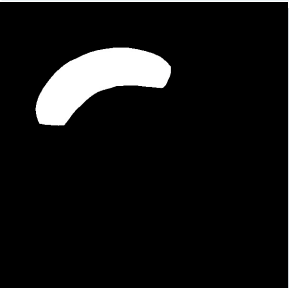
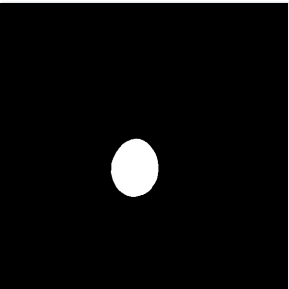
```
[ 1.6259080e-01 1.0805897e-03 5.5727837e-06 6.5154047e-08
 3.9205970e-14 2.1417570e-09 -2.0554356e-15]
```

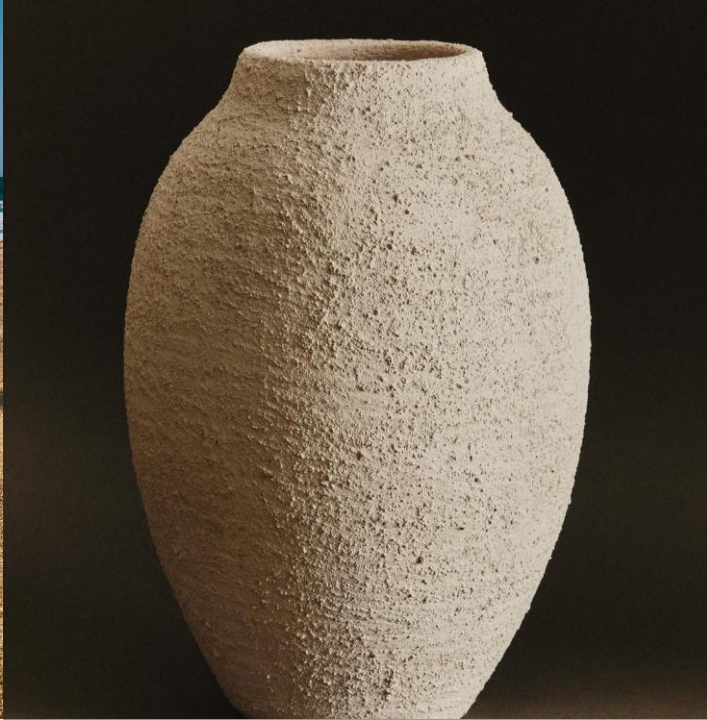
Objeto	Hu[1]	Hu[2]	Hu[3]	Hu[4]	Hu[5]	Hu[6]	Hu[7]
	3.0317e-01	5.5314e-02	4.8097e-03	5.5395e-04	-6.3918e-07	-1.0667e-04	6.3958e-07
	1.6259e-01	1.0805e-03	5.5727e-06	6.5154e-08	3.9205e-14	2.1417e-09	-2.0554e-15

Pero lo más común es aplicar una escala logarítmica de la forma:

$$\phi'_i = -\text{sign}(\phi_i) \log(|\phi_i|)$$

Entonces los momentos Hu quedan con los valores:

Objeto	Hu[1]	Hu[2]	Hu[3]	Hu[4]	Hu[5]	Hu[6]	Hu[7]
	0.5183061	1.2571607	2.317881	3.256522	-6.1943717	-3.9719343	6.194105
	0.788904	2.966339	5.2539277	7.1860585	13.406648	8.6692295	-14.687097



¿Pero que pasa si?



- En estos casos, lo que diferencia a las clases no es la geometría del objeto, sino cómo varía la intensidad dentro de él.

Si la forma describe la silueta del objeto, la textura describe la organización interna de los niveles de gris.

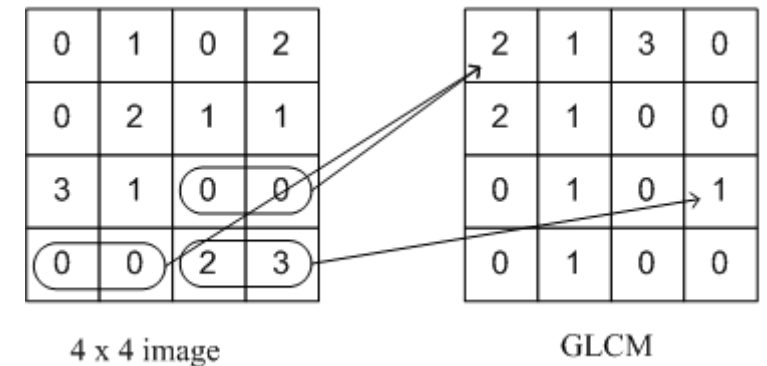
GLCM (Gray Level Co-occurrence Matrix)

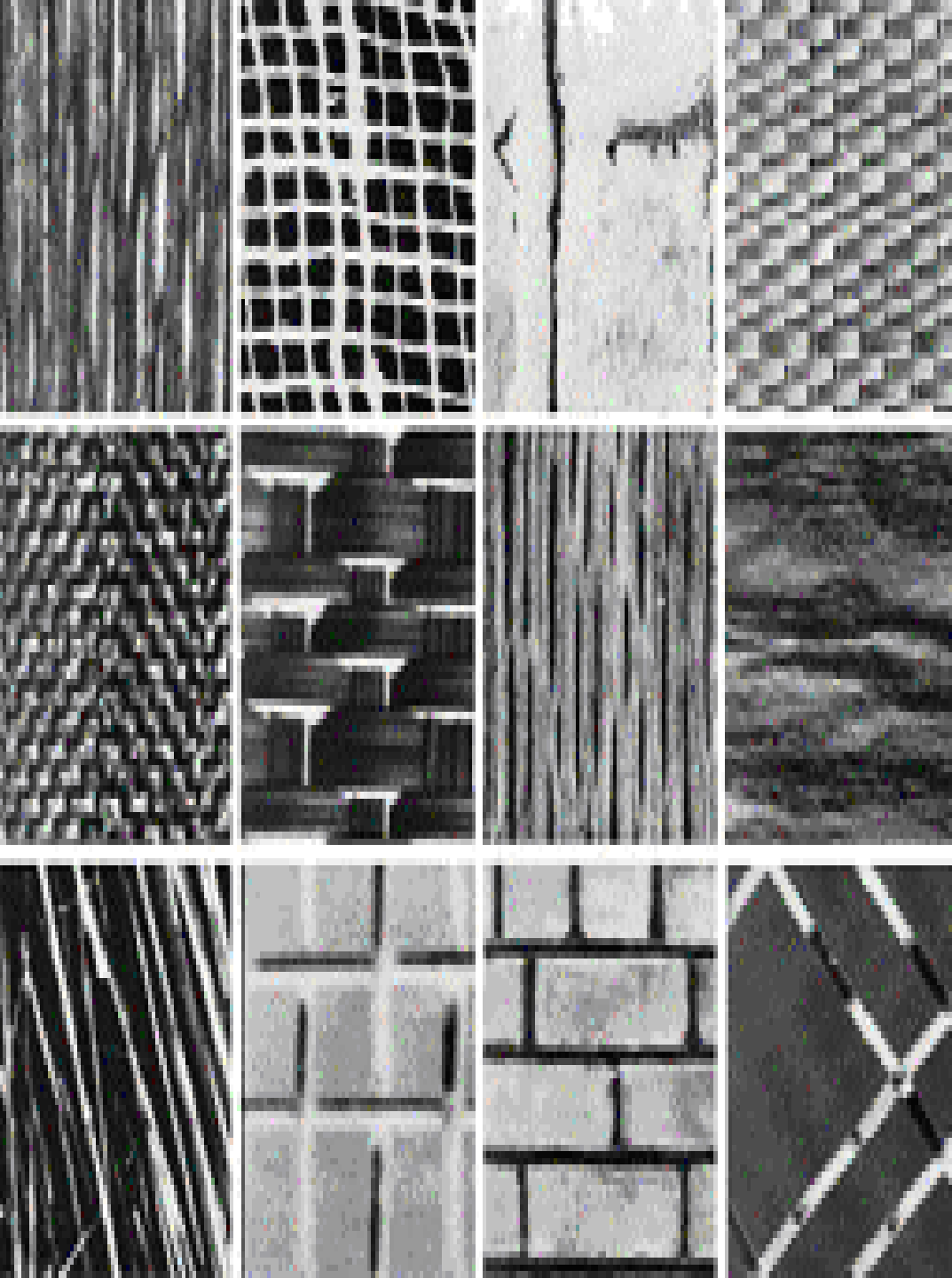


Es una matriz que se define sobre una imagen como la distribución de valores de píxel concurrentes en un desplazamiento dado



Una forma de modelar qué tan frecuentemente ciertos niveles de gris aparecen juntos en una imagen.





Sea una imagen cuantizada con N niveles de gris.
La GLCM es una matriz $N \times N$ donde cada elemento:

$$P(i, j | d, \theta)$$

indica cuántas veces un píxel de valor i aparece
con un píxel de valor j , separados por una distancia
 d en una dirección θ .

- Parámetros:
 - Niveles de gris (N)
 - Distancia (d)
 - Dirección (θ)

¿Cómo se calcula?

Definimos una distancia y dirección para la cual calcularemos la matriz.

Se crea una estructura (arreglo) que servirá para crear la GLCM

Se cuenta cuantos cambios hay de un valor de intensidad a otro de acuerdo a la distancia y dirección establecidos.

Ejemplo 4.

- $D=1$, $\theta = 0$ (de izquierda a derecha)

La imagen:



0	0	1	1
0	0	1	1
0	2	2	2
2	2	3	3

Pixel vecino ->	0	1	2	3
Pixel de referencia ↓				
0				
1				
2				
3				

- Pero conviene que la matriz sea simétrica respecto a su diagonal principal.

```

0  0  1  1
0  0  1  1
0  2  2  2
2  2  3  3

```

Pixel vecino ->	0	1	2	3
Pixel de referencia ↓				
0				
1				
2				
3				

Oeste a este

	0	1	2	3
0	2	2	1	0
1	0	2	0	0
2	0	0	3	1
3	0	0	0	1

+

Este a Oeste

	0	1	2	3
0	2	0	0	0
1	2	2	0	0
2	1	0	3	0
3	0	0	1	1

=

	0	1	2	3
0	4	2	1	0
1	2	4	0	0
2	1	0	6	1
3	0	0	1	2

Pero aun falta algo...

- Normalizando

$$P_{i,j} = \frac{V_{i,j}}{\sum_{i,j=0}^{N-1} V_{i,j}}$$

	0	1	2	3
0	4/24	2/24	1/24	0
1	2/24	4/24	0	0
2	1/24	0	6/24	1/24
3	0	0	1/24	2/24

	0	1	2	3
0	0.166	0.083	0.042	0
1	0.083	0.166	0	0
2	0.042	0	0.250	0.042
3	0	0	0.042	0.083

- A partir de esta matriz normalizada es posible calcular estadísticos que nos servirán para construir un **vector de características**.

Grupo de Contraste

1. Contraste

$$\sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j} (i - j)^2$$

2. Dissimilarity

$$\sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j} |i - j|$$

3. Homogeneity

$$\sum_{i,j=0}^{N-1} \frac{P_{i,j}}{1 + (i - j)^2}$$

Relacionadas al orden

1. Angular Second Moment (ASM) and Energy

$$\sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j}^2 \quad \text{Energy} = \sqrt{ASM}$$

2. Entropy

$$\sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j} (-\ln P_{i,j})$$

Estadística Descriptiva

1. Media

$$\mu_i = \sum_{i,j=0}^{N-1} i(P_{i,j})$$
$$\mu_j = \sum_{i,j=0}^{N-1} j(P_{i,j})$$

2. Varianza

$$\sigma_i^2 = \sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j} (i - \mu_i)^2$$
$$\sigma_j^2 = \sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j} (j - \mu_j)^2$$

3. Correlación

$$\sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j} \left[\frac{(i - \mu_i)(j - \mu_j)}{\sqrt{(\sigma_i^2)(\sigma_j^2)}} \right]$$

Para la próxima clase...

- HOG y Características para audio.

